

Limiti di funzioni

Serafina Lapenta

Questo file raccoglie esercizi tratti da diversi libri di testo e dispense online di vari docenti. Gli esercizi verranno svolti assieme durante le ore di tutorato.

NOTA: Gli esercizi con le serie di Taylor non sono stati svolti al corso di Ing. Chimica.

(1) Calcolare i seguenti limiti di funzione:

$$(i) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{\pi}{x}\right)^{2x}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\pi^x - 3^x}{x}$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 3 \sin(2x)}{x - 2 \sin(3x)}$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos(x))}{x^2}$$

$$(v) \lim_{x \rightarrow +\infty} x \log\left(\frac{x+3}{x}\right)$$

$$(vi) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(2 - \cos(x))}{\sin^2 x}$$

$$(vii) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 + 3x - 7}{x^2 + 2x + 2}\right)^{5x}$$

Soluzioni: $\frac{1}{e^{2\pi}}, 1, \frac{6}{5}, -\frac{1}{2}, 3, \frac{1}{2}, e^5$.

(2) Usare gli sviluppi in serie di Mac Laurin (serie di Taylor con $x_0 = 0$) per calcolare i seguenti limiti:

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 + \log(1 - x)}{\tan(x) - x}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos(x) - \frac{3}{2}x^2}{x^4}$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x \arctan(x)) + 1 - e^{x^2}}{\sqrt{1 + 2x^4} - 1}$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$(v) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x - \sin(x^2)}{x^2 \log(\cos(x))}$$

Soluzioni: $-\frac{1}{2}, \frac{11}{24}, -\frac{4}{3}, 1, \frac{2}{3}$.