

Serie numeriche

Serafina Lapenta

Alcuni esercizi sulle serie numeriche che verranno svolti nelle ore di tutoraggio.

(1) Determinare il carattere delle seguenti serie:

- (i) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^n + 3^n}{5^n}$ [converge]
- (ii) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{\log\left(1 + \frac{1}{n}\right)}$ [diverge]
- (iii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)}$ [converge]
- (iv) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$ [converge]
- (v) $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{\log n}{n^4}$ [converge]
- (vi) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{n-3}{n}\right)^{n^2}$ [converge]
- (vii) $\sum_{n=3}^{\infty} \left(\frac{n-3}{n}\right)^n$ [diverge]
- (viii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}$ [converge]
- (ix) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n(n+1)!}{n^n}$ [diverge]
- (x) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+2}$ [converge]
- (xi) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\sin(n)|}{n^3}$ [converge]
- (xii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right)}{n}$ [converge]
- (xiii) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}$ [diverge]
- (xiv) $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2}$ [converge]
- (xv) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3n^2+1}{n^4+n+1}$ [converge]
- (xvi) $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^n}{n!n^2}$ [diverge]

(2) Determinare se le seguenti serie convergono, convergono assolutamente o non convergono:

- (i) $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n \frac{\log n}{n^4}$ [converge assolutamente]

- (ii) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \log\left(\frac{n+1}{n^2}\right)$ [indeterminata]
- (iii) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n+1}{n^2+1}$ [converge, non converge assolutamente]
- (iv) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{1}{n}\right)$ [converge, non converge assolutamente]
- (v) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}+2}$ [converge, non converge assolutamente]
- (vi) $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{2n+100}{3n+1}\right)^n$ [converge assolutamente]